

# Autonomous Investment Analysis: A Discrete Probabilistic Approach

Análise Autônoma de Investimento: Uma Abordagem Probabilística Discreta

Paulo Andre Lima de Castro<sup>1\*</sup>, Ronald Annoni Junior<sup>2</sup> and Jaime Simão Sichman<sup>3</sup>

**Abstract:** Since early days of computer science, researchers ask themselves where is the line that separates tasks machine can do from those only human beings can really accomplish. Several tasks were pointed as impossible to machines and later conquered by new advances in Artificial Intelligence. Nowadays, it seems we are not far from the day when driving cars will be included among the tasks machines can do in an efficient way. Certainly, even more complex activities will be dominated by machines in the future. In fact, there is significant research effort to make investment analysis become one those activities. In this paper, we propose a probabilistic approach for autonomous investment analysis (AIA) that deals with three dimensions of complexity (nature of assets, multiple analysis algorithms per asset and horizon of investment, non-stationary nature of the environment). This approach is based in multiple autonomous agents, discretization of AIA problem and its modelling as a classification problem. This approach breaks down the complexity faced by AIA in problems that can be addressed by a group of agents that work together to provide intelligent and customized investment advices for individuals. We present an implementation of such approach and the results achieved by using it will historic data from Brazilian stock market. We believe that such approach may contribute to development of AIA. Furthermore, this approach allows an easy integration with algorithms and techniques already developed, that may help to solve part of the problem.

**Keywords:** autonomous investment analysis — artificial intelligence — online learning

**Resumo:** Desde os primeiros dias da ciência da computação, os pesquisadores se perguntam onde está a linha que separa as tarefas que máquinas podem fazer, daquelas que apenas seres humanos podem realizar. Várias tarefas foram apontadas como impossíveis para as máquinas e mais tarde conquistadas por novos avanços na Inteligência Artificial. Hoje em dia, parece que não estamos longe do dia em que a condução de carros será incluída nas tarefas que as máquinas podem fazer de maneira eficiente. Certamente, atividades ainda mais complexas serão dominadas por máquinas no futuro. Na verdade, há esforços de pesquisa significativos para tornar análise de investimento uma dessas atividades. Neste artigo, propomos uma abordagem probabilística para análise autônoma de investimentos (AAI) capaz de lidar com três dimensões de complexidade (natureza dos ativos, algoritmos de análise múltipla por ativo, não estacionaridade e múltiplos horizonte de investimento). Esta abordagem baseia-se no uso simultâneo de diversos agentes autônomos e na discretização do problema AAI e sua modelagem como um problema de classificação. Essa abordagem quebra a complexidade enfrentada pela AAI em problemas que podem ser abordados por um grupo de agentes que trabalham em conjunto para fornecer conselhos de investimento inteligentes e personalizados para indivíduos. Apresentamos uma implementação dessa abordagem e resultados obtidos através de seu uso com dados históricos do mercado de capitais brasileiro. Acreditamos que tal abordagem pode contribuir para o desenvolvimento de AAI. Além disso, esta abordagem permite a incorporação de algoritmos e técnicas já conhecidas que podem ajudar a resolver parte do problema.

**Palavras-Chave:** análise autônoma de investimentos — inteligência artificial — aprendizagem on-line

<sup>1</sup>Laboratório de Sistemas Computacionais Autônomos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), Brazil

<sup>2</sup>Raífa Sistemas Inteligentes, Brazil

<sup>3</sup>Laboratório de Técnicas Inteligentes, University of São Paulo (USP), Brazil

\*Corresponding author: pauloac@ita.br

DOI: <http://dx.doi.org/10.22456/2175-2745.74992> • Received: 14/07/2017 • Accepted: 15/12/2017

CC BY-NC-ND 4.0 - This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License.

## 1. Introdução

Em seu famoso artigo "Can a machine think?" [1], Turing discute muitas objeções apontadas para reforçar a ideia que máquinas nunca estarão a realmente pensar. Algumas destas objeções provavelmente não seriam levantadas contra a ideia de máquinas que poderiam analisar investimentos, por exemplo a objeção teológica. Dificilmente alguém argumentaria que analisar investimentos é uma função do espírito imortal de um ser humano (alma). Entretanto, é interessante observar que várias objeções poderiam ser colocadas contra a ideia de analistas autônomos de investimentos (AAI). Vamos abordar tais objeções e adaptar os argumentos de Turing, para tentarmos mostrar que não são provas da impossibilidade de existência de AAI no futuro. Não pretendemos aqui esgotar todas as possíveis objeções, mas tratar aquelas que nos parecem as mais relevantes. Estas objeções selecionadas são descritas e discutidas abaixo.

**-Objeção da Cabeça na areia:** As consequências das máquinas controlando investimentos seriam terríveis. A objeção é mais frequentemente formulada de forma mais sutil: o risco de ter investimentos controlados por máquinas seria muito alto. Isso iria expor as pessoas à possibilidade de perder todas as suas economias ou mesmo criar crises catastróficas nos mercados globais. Também pode-se apontar que isso pode levar ao desemprego de muitas pessoas. Em seu artigo, Turing despreza essa objeção, afirmando que esse argumento não é suficientemente substancial para exigir refutação e consolo seria mais apropriado. Acreditamos que se AAI puder ser realmente eficiente, talvez seja mais provável que as crises financeiras se tornem menos frequentes. Discutimos isso em mais detalhes na seção 2.5.

**-Objeção Matemática:** A análise ou gestão de investimentos é mais do que lógica, é uma espécie de arte, por isso está além dos limites da computabilidade. É bem conhecido em ciência da computação que há limitações aos poderes das máquinas de Turing (ou simplesmente limitações ao que é computável). Essa objeção a AAI é talvez a mais próxima da objeção original sobre máquinas que possam pensar. Usamos aqui a resposta curta de Turing e sugerimos que o leitor se refira ao documento original para uma discussão mais profunda sobre essa objeção. Embora esteja estabelecido que existem limitações aos poderes de qualquer máquina em particular, apenas foi declarado sem qualquer tipo de prova, que nenhuma dessas limitações se aplica ao intelecto humano ...sempre que a uma dessas máquinas é perguntada uma questão crítica apropriada e esta dá uma resposta definitiva, sabemos que esta resposta deve estar errada, e isso nos dá um certo sentimento de superioridade. Este sentimento é ilusório? ... Nós muitas vezes damos respostas erradas às perguntas. Além disso, nossa superioridade só pode ser sentida em tal ocasião em relação à única máquina sobre a qual marcamos nosso pequeno triunfo. Não haveria certeza de triunfar simultaneamente em todas as máquinas. Em suma, então, é possível haver homem mais inteligente do que uma dada máquina, mas, novamente, pode haver outras máquinas mais inteligentes que aquele homem, e

assim por diante.

**-Argumentos sobre várias faltas de habilidade:** Esta objeção geralmente assume a forma: acredito que você pode fazer máquinas que fazem uma parte significativa do trabalho, mas nenhuma máquina nunca poderá fazer X. Muitas características X podem ser apontadas, por exemplo: ser intuitivo, ter bom senso, separar o certo do errado, ser inovador, pense em algo realmente novo. Na verdade, alguns dessas características podem ser muito difíceis de alcançar, mas o ponto é que nenhum suporte é oferecido para essas declarações. Acreditamos que eles são principalmente baseados no princípio da indução científica. Hoje em dia, qualquer pessoa viu muitas máquinas na vida dele. Pelo que vê nelas, tira algumas conclusões gerais, por exemplo: As máquinas são úteis para um propósito muito limitado, quando um novo propósito surge, são inúteis. A partir desta observação, pode-se concluir que estas são propriedades necessárias de todas as máquinas. No entanto, essa conclusão é equivocada pelo pressuposto de que novas máquinas terão os mesmos limites. Na verdade, Russell e Norvig afirmam que, durante os primeiros anos da AI, pesquisadores da AI responderam a essa afirmação ao demonstrar um X após o outro [2]. É verdade que alguns dos X dados aqui ainda estão para ser demonstrados, como por exemplo: ter bom senso. Na verdade, alcançar software capaz de reproduzir bom senso é algo pesquisado dentro da grande área de IA e não há evidências claras que seria impossível. Além disso, pode-se argumentar que seria possível a existência de AAI eficiente mesmo sem bom senso, desde que tenha acesso a todas as informações relevantes relacionadas aos seus ativos alvo.

### 1.1 O futuro: O que aconteceria se AAI tornar-se ubíqua?

Uma questão interessante sobre um futuro com AAI tomando a maioria das decisões de investimento é o que aconteceria com os rendimentos médios. Será que todas pessoas do mundo se tornariam rico ou, pelo menos, apresentariam rendimentos médios muito altos em seus investimentos? A resposta curta é não. Acreditamos que o cenário descrito por Fama [3] em sua Hipótese de Mercado Eficiente (EMH) ocorreria. A EMH afirma que os mercados financeiros são eficientes em preços de ativos. Os preços dos ativos refletem todas as informações publicamente disponíveis e as crenças coletivas de todos os investidores no futuro previsível. Assim, não seria possível superar o desempenho do mercado ajustado ao risco, usando informações conhecidas pelo mercado, exceto por simples acaso. Discutimos a EMH em maiores detalhes na seção 2.5.

### 1.2 O ambiente enfrentado por analistas autônomos de investimentos

Através da revisão da literatura, é possível perceber que muitos dos trabalhos usam séries históricas de preço e / ou volume para fazer inferências sobre decisões de investimento. Este uso de séries históricas para prever os preços futuros é controverso. Apesar disso, esta prática, geralmente chamada de

análise técnica, também é amplamente utilizada por analistas, pelo menos como parte de um processo de análise mais complexo que inclui também informações econômicas e de mercado, como lucro, participação de mercado, EBITDA (*Earnings Before Investments, Taxes, Depreciation and Amortization*), relação preço / lucro e assim por diante. Os métodos que utilizam informações da empresa, do mercado e / ou econômicas são comumente classificados como fundamentalistas. Na verdade, existem muitos artigos que apresentam algoritmos de negociação com base em **informações técnicas** ou **fundamentalistas** e em alguma técnica de inteligência artificial.

Podemos também perceber que esses algoritmos possuem alguns parâmetros. No entanto, não há uma boa compreensão de como o valor de cada parâmetro afeta o desempenho do algoritmo e como a mudança de um valor de parâmetro afeta a configuração de outros parâmetros. Isso torna muito difícil definir esses valores mesmo para um pequeno conjunto de parâmetros. Além disso, os mercados financeiros são **ambientes não estacionários**, ou seja, a distribuição de probabilidades pode mudar ao longo do tempo. Portanto, um algoritmo específico pode apresentar um ótimo desempenho em um determinado período de tempo, mas um desempenho terrível no próximo período. Além disso, diferentes ativos podem exigir informações e algoritmos diferentes. Por exemplo, se as companhias de petróleo são muito sensíveis à mudança dos preços da gasolina, não podemos dizer o mesmo sobre os bancos.

O ambiente enfrentado pelo analista autônomo de investimento pode ser classificado como: parcialmente observável, sequencial, estocástico, dinâmico, contínuo e multiagente, de acordo com a taxonomia de Russell e Norvig [2], que é a classe de ambiente mais complexa apontada por eles. No entanto, não representa realmente toda a complexidade do problema. Mais do que estocástico, esse ambiente também é um processo não estacionário (a distribuição de probabilidade muda ao longo do tempo) e também é estratégica no sentido de que dois investidores ativos competem por uma avaliação mais precisa dos ativos e seus atos podem mudar o comportamento de outros agentes. Além disso, um método específico de análise pode apresentar um ótimo desempenho em um determinado período de tempo, mas um desempenho terrível no próximo período, devido a não estacionaridade.

Além das questões citadas: definição de informações relevantes, processo não estacionário e natureza diferente dos ativos, também podemos observar requisitos diferentes de acordo com outra dimensão: o horizonte do investimento. Usamos esse termo para se referir ao período de tempo que o investidor pretende manter seus recursos investidos no mesmo conjunto de ativos. Pode variar de vários anos para alguns milissegundos. Esta ampla gama leva a algoritmos que podem ser muito eficazes em horizontes muito curtos, mas apresentam um desempenho ruim a longo prazo. Outro aspecto que deve ser abordado por qualquer Analista Autônomo de Investimento (AAI) é que as pessoas não têm as mesmas preferências

sobre os investimentos. Alguns investidores podem apresentar uma aversão ao risco muito maior que outras, por exemplo. Um AAI deve estar ciente das preferências do seu investidor, a fim de fornecer conselhos adequados.

Em resumo, é possível estabelecer algumas características importantes sobre o ambiente AAI: o mercado financeiro não tem função de distribuição de probabilidade estacionária, mas esta muda lentamente. Assim, a calibração ótima tende a mudar ao longo do tempo, porém lentamente. Além disso, o número de funções de distribuições de probabilidades é finito e se repete de tempos em tempos. Deve-se evitar a superadaptação mantendo o treinamento limitado, em termos de iterações ou tempo computacional e treinando novamente à medida que são observados novos dados. Trata-se de um problema da classe de problemas de aprendizado *on-line* [2] (pg. 654). Para uma discussão mais aprofundada de aprendizado *on-line*, veja [4].

## 2. Introdução à Teoria de Finanças

Neste seção, apresenta-se uma breve introdução a finanças abordando a teoria de arbitragem de preços, a teoria moderna de portfólios, a hipótese de mercado eficiente [3] e administração de ativos (seção 2.5). Na seção 3, apresentam-se alguns trabalhos em administração automatizada de ativos e exemplos de sistemas existentes. Para facilitar o entendimento e estabelecer um vocabulário comum, alguns conceitos financeiros básicos são apresentados: **ativo financeiro**: Qualquer título representativo de fração de um determinado ativo ou dívida, por exemplo, ações, títulos de renda fixa, letras de câmbio, etc; **Portfólio**: Conjunto de ativos financeiros e seus respectivos montantes mantidos por um determinado investidor e **Horizonte de Investimento**: é o período que o investidor pretende manter o investimento antes de retirar seus recursos.

### 2.1 Teoria de arbitragem de preços

A teoria de arbitragem de preços (Arbitrage Pricing Theory, APT) proposta por Stephen Ross [5], baseia-se na premissa que vários fatores são importantes para determinar o preço de um ativo. Para utilizá-la, o analista definiria os fatores relevantes e através de regressão múltipla poderia ajustar uma equação para determinação do preço, na forma abaixo [6]:

$$E(r_x) = r_f + b_{x,1} * F_1 + b_{x,2} * F_2 + \dots b_{x,n} * F_n \quad (1)$$

Onde  $r_f$  é a taxa de retorno do ativo livre de risco,  $F_i$  são os fatores definidos como relevantes para a arbitragem.  $E(r_x)$  é o valor esperado do retorno de um determinado ativo  $x$ , e os índices  $b_{x,i}$  são coeficientes da regressão múltipla, que associa o retorno do ativo e os fatores relevantes.

### 2.2 Teoria moderna de portfólio, risco e retorno

A teoria moderna de portfólio (*Modern portfolio theory*) [7] explica como investidores racionais poderiam utilizar a diversificação

de ativos para otimizar seus portfólios. Tal teoria modela o retorno de um ativo como uma variável aleatória e o **retorno** de um portfólio como uma soma ponderada dos retornos dos ativos que o compõem. Conseqüentemente, o retorno de um portfólio é também uma variável aleatória para a qual pode-se definir um valor esperado e uma variância. O **risco** de um portfólio é medido como o desvio padrão,  $\sigma_p$ , do retorno do portfólio.

Admite-se por hipótese que os investidores são avessos ao risco e desejam sempre retornos maiores. Desta forma, caso sejam oferecidos dois ativos com o mesmo retorno esperado um investidor irá optar sempre pelo ativo com menor risco. De modo análogo, dados dois ativos com mesmo nível de risco um investidor irá optar sempre por aquele que apresentar o maior retorno esperado. Pode-se afirmar então que um investidor racional só aceitará um risco maior se isto levar a maior retorno. Há então uma solução de compromisso entre risco e retorno, que irá diferir entre investidores de acordo com características individuais de aversão ao risco.

Assume-se que a preferência em termos de risco e retorno de um investidor pode ser descrita através de uma função de utilidade onde apenas o retorno esperado e o risco (desvio padrão) são relevantes para determinar a utilidade. Conseqüentemente, o investidor seria indiferente a outras características da distribuição de retornos, como por exemplo, sua curvatura.

A quantificação do risco de um dado investimento é, em geral, mais difícil que a medição do seu retorno. Markowitz [7] propôs a modelagem do retorno como uma variável aleatória e a definição do risco como o desvio padrão associado a tal variável aleatória. Desta forma, o cálculo do risco pode ser feito através de métodos estatísticos observando seu comportamento histórico.

Considerando que  $R_p$  refere-se ao retorno de um portfólio  $p$  e  $R_i$  representa o retorno de um determinado ativo  $i$ , o retorno esperado de um portfólio composto por  $n$  ativos pode ser descrito pela equação 2

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n \omega_i E(R_i) \quad (2)$$

A expressão  $\omega_i$  representa o peso do ativo  $i$  no portfólio  $p$ , isto é, a razão entre o valor total do ativo  $i$  e o valor total do portfólio e pode ser calculada através da equação 3, onde  $v_k$  refere-se ao valor monetário do ativo  $k$ .

$$\omega_i = \frac{v_i}{\sum_{k=1}^n v_k} \quad (3)$$

A volatilidade de um portfólio, definida como sua variância  $\sigma_p^2$ , é função da correlação entre os ativos componentes. As mudanças na volatilidade ocorrem de modo não linear à medida que mudam os pesos dos ativos que compõem o portfólio. A variância (quadrado do desvio padrão [8]) de um portfólio

pode ser descrita pela equação 4:

$$\sigma_p^2 = \sum_i \sum_j \omega_i \omega_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (4)$$

Na equação 4, o símbolo  $\rho_{ij}$  representa o coeficiente de correlação entre os ativos  $i$  e  $j$ . O coeficiente de correlação traz uma medida normalizada da covariância entre duas variáveis aleatórias e quaisquer que sejam tais variáveis  $x$  e  $y$ , pode-se demonstrar que  $-1 \leq \rho_{xy} \leq 1$  ([8] pg. 245). Considerando um portfólio composto por dois ativos  $a$  e  $b$  pode-se expressar o retorno do seguinte modo:

$$E(R_p) = \omega_a E(R_a) + \omega_b E(R_b) \quad (5)$$

Enquanto a variância para o mesmo portfólio seria representada por:

$$\sigma_p^2 = \omega_a^2 \sigma_a^2 + \omega_b^2 \sigma_b^2 + 2\omega_a \omega_b \sigma_a \sigma_b \rho_{ab} \quad (6)$$

Para um portfólio com três ativos teria seis parcelas, assim à medida que o número de ativos ( $n$ ) aumenta, o cálculo da variância torna-se mais complexo e o número de termos de covariância  $\rho$  aumenta de forma combinatória.

### 2.2.1 Risco de um portfólio

Um investidor pode reduzir o risco de um portfólio simplesmente escolhendo ativos não perfeitamente correlacionados, isto é, ativos  $a$  e  $b$  onde  $\rho_{ab}$  é menor que 1 (um). Pode-se demonstrar que se dois ativos quaisquer de um portfólio tem uma correlação menor que 1, a variância do portfólio será menor que a soma ponderada das variâncias dos ativos. O teorema e sua demonstração são apresentados em seguida, para o caso de dois ativos com coeficiente de correlação ( $\rho_{ab}$ ) menor que 1. Desta forma, pode-se reduzir o risco do portfólio através da inclusão de mais ativos corretamente selecionados, obtendo desta forma maior **diversificação** de portfólio [7].

### 2.3 Fronteira eficiente

Pode-se desenhar todos os possíveis portfólios  $p$  em um gráfico, com o risco  $\sigma_p$  representado no eixo  $x$  e o retorno  $R_p$  no eixo  $y$ , como mostra a figura 1. O conjunto de todos os possíveis portfólios, isto é, todas as possíveis combinações dos ativos existentes, definem uma região indicada no gráfico da figura 1, como **região dos portfólios possíveis**. A fronteira desta região é formada pelo conjunto dos portfólios que apresentam o menor risco possível para um dado nível de retorno. A parte superior da fronteira engloba os portfólios que apresentam o maior retorno possível para um dado nível de risco e a parte inferior engloba os portfólios com menor retorno para um dado nível de risco. Nenhum investidor racional selecionará um portfólio abaixo da região superior da fronteira da região dos portfólios possíveis. Por esta razão, algumas vezes tal fronteira é chamada de fronteira eficiente, ou fronteira de Markowitz. A fronteira eficiente é convexa

devido as características não lineares da mudança no risco à medida que mudam os pesos dos ativos que compõem o portfólio. A região acima da fronteira eficiente não é possível de ser alcançada por nenhum portfólio.

Na teoria de portfólio, assume-se a existência teórica de um ativo livre de risco ( $r_f$ ) que paga uma taxa de retorno fixa acima de zero. Em termos práticos, costuma-se utilizar como uma realização do conceito de ativo livre de risco um ativo de renda fixa emitido por país com longo histórico positivo de honrar seus compromissos. Geralmente, títulos do tesouro americano são aceitos como ativos livres de risco. A variância de um ativo livre de risco é zero, dado que é livre de risco, e portanto não é correlacionado com nenhum ativo de risco. Logo, quando o ativo livre de risco é combinado com qualquer ativo de risco ou mesmo um portfólio de risco  $x$ , o risco  $\sigma_p$  e o retorno  $R_p$  do portfólio resultante são dados pelas equações 7 e 8, respectivamente.

$$E(R_p) = (1 - \omega_x)r_f + \omega_x E(R_x) \quad (7)$$

$$\sigma_p^2 = \omega_x^2 \sigma_x^2 \quad (8)$$

### 2.3.1 CAL e índice de Sharpe

É fácil verificar que tanto o risco quanto o retorno variam linearmente com a mudança da ponderação de um portfólio composto por dois ativos, sendo um deles o ativo livre de risco, logo o conjunto de todos os possíveis portfólios irá gerar uma linha no gráfico risco versus retorno, apresentado na figura 1. Esta reta é comumente chamada de linha de alocação de capital (*Capital Allocation Line, CAL*) e sua equação pode ser obtida combinando as equações 7 e 8, para obter a equação 9.

$$E(R_p) = r_f + \sigma_p * \frac{(R_x - r_f)}{\sigma_x} \quad (9)$$

Define-se o índice de Sharpe como a razão entre o retorno esperado acima do retorno do ativo livre de risco e o risco de um determinado portfólio, de acordo com a equação 10. Observe que o coeficiente angular da CAL é dado pela mesma expressão do índice de Sharpe.

$$Sharpe(p) = \frac{R_p - r_f}{\sigma_p} \quad (10)$$

A CML com maior coeficiente angular entre todos os possíveis, toca a fronteira eficiente em um ponto chamado de portfólio de mercado (*Market portfolio*). Este portfólio é indicado na figura 1. A linha de alocação de capital que contém o portfólio ótimo é definida como melhor linha de alocação de capital possível. Para qualquer nível de risco, ela terá um nível de retorno maior ou igual a todas as demais linhas de alocação de capital. Seja  $\omega$  o valor alocado ao ativo livre de risco em um portfólio formado pelo ativo livre de risco e portfólio de mercado, quando  $0; \omega; 1$  o portfólio resultante

estará entre os pontos do ativo livre de risco e portfólio de mercado. Para atingir pontos na CML, com retorno superior ao portfólio de mercado é necessário ter  $\omega > 1$ , isto é, um portfólio alavancado (alocação superior ao disponível).

## 2.4 CAPM - Capital Asset Pricing Model

O CAPM é um dos principais modelos utilizados por profissionais de mercado financeiro [6]. Foi criado por Treynor, Sharpe, Litner e Mossin com base nos trabalhos anteriores de Markowitz e pode ser visto como um caso particular da APT [6]. No CAPM, o retorno de um ativo poderia ser expresso em termos de um fator de risco que seria o próprio portfólio de mercado, como na equação 11.

$$E(R_x) = r_f + \beta * (R_m - r_f) \quad (11)$$

Onde  $R_m$  é o retorno do mercado e  $E(R_x)$  o valor esperado do retorno de um determinado ativo  $x$ . A expressão  $(R_m - r_f)$  é frequentemente chamado de prêmio de risco e corresponde ao retorno acima do ativo livre de risco, pago pelo mercado. O coeficiente  $\beta$  pode ser estimado por regressão e quanto maior for, maior o retorno específico pago pelo ativo  $x$ . Foge ao escopo deste trabalho, aprofundar-se na descrição do CAPM, para uma explicação mais detalhada, veja [6].

## 2.5 Eficiência de mercado e administração de portfólio

A Hipótese de Eficiência de Mercado (*Efficient Market Hypothesis, EMH*) formulado por Fama [3] afirma que os mercados financeiros são eficientes em precificar os ativos. Os preços dos ativos deveriam refletir todas as informações publicamente disponíveis e as crenças coletivas de todos os investidores sobre o futuro previsível. Desta forma, não seria possível superar o desempenho do mercado ajustado ao risco, utilizando informações que sejam de conhecimento do mercado, exceto por simples acaso. Assim, a longo prazo todos os investidores teriam retornos limitados ao rendimento do próprio mercado. Desta forma, a administração de um portfólio seria resumida à compra do portfólio de mercado e à manutenção deste por longo período, visto que não seria possível consistentemente superar o mercado. Tal linha de atuação pode ser chamada de **administração passiva**, em contraposição à idéia de administrar os ativos realizando operações de compra e venda para obter um desempenho superior à média do mercado. Esta segunda linha de ação, comumente chamada de administração ativa, é o assunto da próxima seção. A hipótese de eficiência de mercado define três formas distintas [10]:

- **Eficiência de mercado na forma fraca:** Implica que não é possível obter retorno superior ao mercado apenas através da análise de séries históricas de preços, embora seja possível encontrar ativos que estejam com preço sobreavaliado ou subavaliado em relação aos fundamentos da companhia que o emitiu.
- **Eficiência de mercado na forma semi-forte:** Os preços ajustam-se aos seus valores intrínsecos em tempo curto

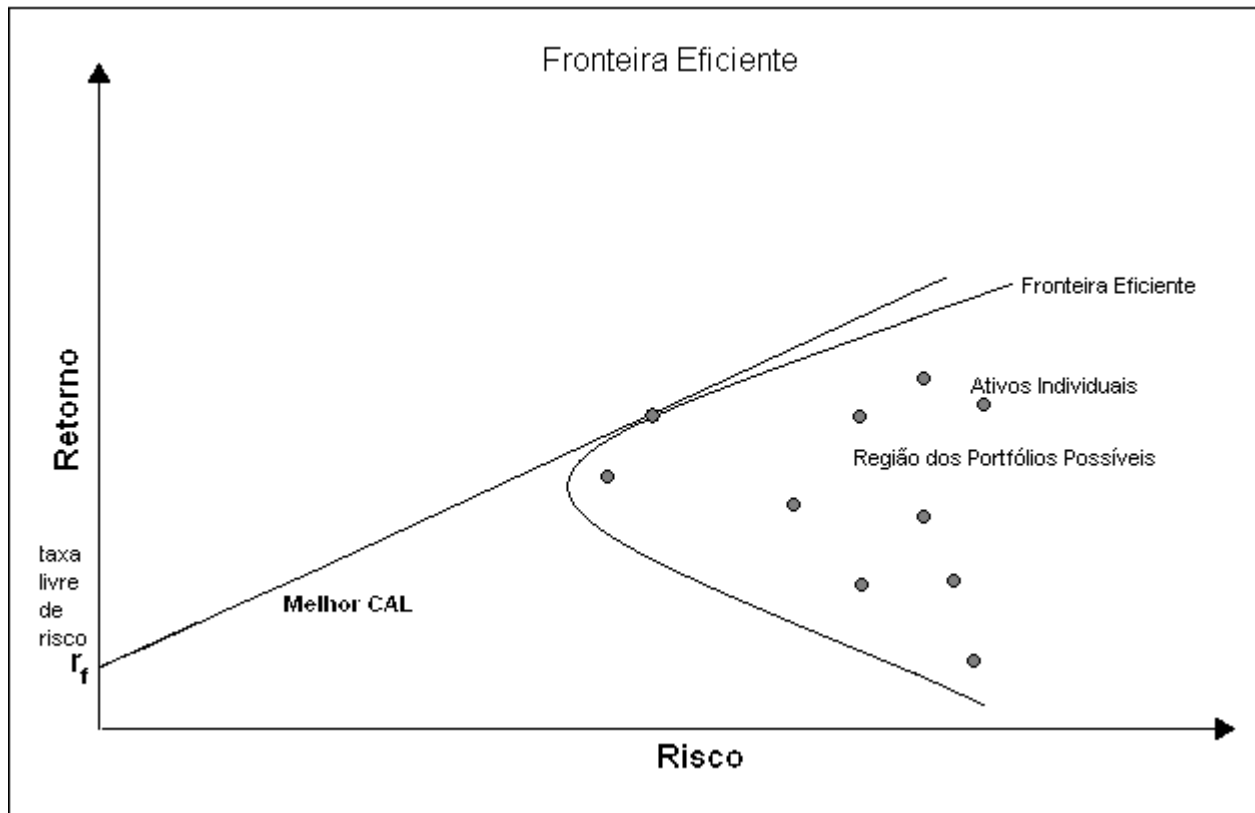


Figure 1. Gráfico risco versus retorno da fronteira eficiente. Adaptado de [9]

e sem sobrevalorização ou supervalorização, quando são disponibilizadas novas informações relevantes para a definição dos preços.

- **Eficiência de mercado na forma forte:** Os preços dos ativos refletem toda a informação disponível e ajustam-se imediatamente a novas informações.

Segundo os defensores da EMH, a utilização de administração ativa poderia ser eficaz na forma fraca, entretanto não seria possível obter retornos superiores ao mercado de modo consistente: tais retornos seriam possíveis apenas em curtos períodos e por acaso. Por isto, os defensores da EMH não aceitam como contraprova exemplos de administradores ativos que obtiveram retorno superior ao mercado, mesmo em períodos relativamente longos. A polêmica entre defensores da EMH e da administração ativa já produziu vários artigos e livros, inclusive para o grande público, como por exemplo "A Random Walk Down Wall Street" [11] e "Beating the street" [12], que advogam a EMH e administração ativa, respectivamente. Como afirma Horne [9] (pg.53) "somos deixados com a incômoda sensação que apesar da eficiência de mercado ser uma boa explicação para o comportamento do mercado na maior parte do tempo...há exceções". Horne argumenta ainda que tais anomalias podem ser meramente o resultado de falhas na medição do risco ou até mesmo a fatores para os quais simplesmente não se têm um completo entendimento. O autor do presente trabalho tende a acreditar

na segunda hipótese, embora concorde que a eficiência de mercado é uma boa explicação para frases tais como "...o comportamento do mercado na maior parte do tempo...".

**Eficiência de Mercado no Brasil:** Carmargos e Barbosa [10] defendem que o mercado brasileiro apresenta característica de um mercado eficiente na forma fraca, embora em uma revisão sobre artigos sobre o mesmo tema tenham encontrado 10 trabalhos que apontavam para a eficiência do mercado brasileiro, enquanto 14 trabalhos apontavam para a ineficiência do mesmo. Os autores avaliam que devido a algumas mudanças recentes como relativa estabilidade econômica, reestruturação e concentração patrimonial, maior participação de investidores individuais e estrangeiros e uma maior transparência nas negociações, possivelmente o mercado brasileiro esteja em processo de melhoria em termos de eficiência passando às suas formas mais fortes.

## 2.6 Administração de portfólio

Muitos pesquisadores e profissionais do mercado financeiro advogam que é possível obter consistentemente retornos superiores ao mercado, em contraposição à hipótese de eficiência de mercado pois mercados reais não seriam realmente eficientes na precificação de ativos e erros poderiam ser cometidos e explorados. Como discutido na seção 1, utilizam-se de duas abordagens para analisar o valor justo de ativos, não necessariamente exclusivas e que são chamadas de análise técnica e análise fundamentalista.

### 2.6.1 Análise técnica

A análise técnica (ou gráfica) [13] se baseia na hipótese que os preços dos ativos são fortemente dependentes dos preços das negociações anteriores, sendo possível então prever tendências de preços valendo-se da observação dos movimentos passados. Em outras palavras, os preços dos ativos se movimentam em tendências e existe uma dependência significativa entre as oscilações dos preços que se sucedem. O objetivo da análise técnica é determinar a tendência de evolução das cotações no curto prazo, a fim de aproveitar as rápidas oscilações para auferir ganhos de capital. A análise técnica é bastante antiga e seu início ocorreu por volta do século XVIII, quando algumas famílias japonesas começaram a formular o que hoje se denomina de contratos futuros de arroz. Essas famílias passaram a acompanhar o comportamento do preço do arroz e tentar identificar tendências e formularam uma técnica conhecida como *candle sticks*, que é utilizado até hoje por analistas. Esta técnica consiste em desenhar gráficos com preço máximo e mínimo, além do preço de fechamento de um ativo a cada dia que são associados a um pequeno conjunto de regras para tomar decisões sobre compra ou venda do ativo. Podem ser citados vários exemplos de estratégias ou indicadores de análise técnica, como indicador *Stochastic*, índice de força relativa (IFR), *Price Oscillator*, *Moving Average*, *Moving Average Convergence/Divergence* (MACD), Teoria das Ondas de Elliott, *Accumulation/Distribution Index*, indicador *Momentum* entre outros [13, 14].

#### Índice de Força Relativa - *Relative Strength Index* (RSI)

O índice de força relativa foi criado em 1978 por Wilder e tornou-se um dos mais populares e mais utilizados indicadores do mercado de ações [13]. O RSI é calculado usando as variações positiva e negativa do preço, como mostrado nas equações 12 e 13:

$$RSI = 100\% * \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{U}{D}}\right) \quad (12)$$

$$U = average(positive\Delta_j), D = average(negative\Delta_j) \quad (13)$$

Na equação 13,  $U$  é a média das variações positivas do preço do ativo em um período pré-definido. Este período geralmente é definido como algo em torno de 14 dias. A variável  $D$  é a média das variações negativas do preço no mesmo período. O RSI é interpretado como uma indicação de compra do ativo quando o índice é maior que 70% e uma indicação de venda quando menor.

#### Indicador Estocástico (*Stochastic*)

O indicador Estocástico foi criado por Lane em 1957 [13]. Baseia-se na hipótese que um ativo está em tendência de alta quando os preços mais altos são observados no fim do período de observação. De modo análogo, um ativo está em tendência de baixa quando os preços mais baixos encontram-se no final do período de observação. Pode-se calcular o indicador estocástico através da equação 14.

$$Stochastic = \frac{U - B}{A - B} * 100 \quad (14)$$

Nesta equação,  $U$  é a última cotação, enquanto  $A$  e  $B$  são respectivamente a cotação mais alta e mais baixa do período de observação. Tal período em geral é definido como algo em torno de 14 dias. O indicador determina um sinal de compra quando é menor que 20 e um sinal de venda quando é maior que 80.

#### Média Móvel - *Moving Average* (MA)

O indicador de média móvel tenta identificar tendências na evolução dos preços de ativos. A média é determinada pelos preços do ativo durante um período de observação, tipicamente entre 14 e 60 dias. O método de cálculo pode ser média simples, soma de todos os preços divididos pelo número de cotações, ou média exponencial para garantir maior relevância a cotações mais recentes em detrimento das antigas. A média móvel é interpretada utilizando gráficos com linhas dos preços e da média móvel. A linha de média móvel é uma resistência para tendências de alta e de baixa. Quando os preços estão em tendência de alta (ou em tendência de baixa) e a linha de preços cruza a linha de média móvel, tal situação é interpretada como uma reversão de tendência. Por isto, quando a linha de média móvel é cruzada pela linha de cotações em uma tendência de alta, isto é um sinal de venda e analogamente tem-se um sinal de compra quando a média móvel é cruzada pela linha de preço em tendência de baixa [15].

#### *Moving Average Convergence/Divergence* (MACD)

O indicador MACD mostra as relações entre duas linhas de médias móveis do preço e também utiliza gráficos para fazer a interpretação do indicador. O MACD foi desenvolvido por Appel [16]. Tal indicador baseia-se em uma linha (MACD) calculada como a diferença entre duas médias exponenciais, a primeira com período de observação de 26 dias e a segunda com 12 dias. Um linha de média móvel exponencial de 9 dias, chamada de linha de sinal (ou gatilho) é desenhada no mesmo gráfico para indicar os sinais de compra e venda. Há um sinal de compra quando o MACD cruza a linha de sinal em tendência de alta e há um sinal de venda quando o MACD cai abaixo da linha de sinal. A determinação da tendência (alta ou baixa) é feita da mesma forma que a utilizada no indicador MA, isto é, o sinal do coeficiente angular da linha determinada por regressão linear do histórico de preços na segunda metade do período de observação determina a tendência alta (coeficiente positivo) ou baixa (coeficiente negativo).

#### *Price Oscillator*

O indicador *Price Oscillator* é idêntico ao MACD, com a diferença que utiliza duas médias móveis exponenciais com períodos definidos pelo usuário, ao contrário do MACD que utiliza sempre médias móveis exponenciais de 12 e 26 dias.

Comumente, trabalhos em administração automatizada de ativos utilizam-se como ponto de partida trabalhos em análise técnica, pelo caráter numérico dos dados de entrada, tais como séries históricas de preço e/ou volume de negociação, o que simplifica a modelagem dos agentes operadores.

### 2.6.2 Análise fundamentalista

A análise fundamentalista [9] estuda os fundamentos econômico-financeiros de uma empresa para determinar o valor cor-

reto para sua ação. Baseia-se na hipótese de que existe um valor real (ou intrínseco) para cada empresa que está diretamente correlacionado ao valor real (ou intrínseco) para a ação daquela empresa e que o mercado financeiro irá ajustar o preço da ação no mercado a este valor, embora por algum período possa deslocar-se deste valor real. O trabalho do analista então é procurar no mercado ações cujas cotações estejam abaixo do seu valor intrínseco e comprar tais ações, partindo da hipótese que o preço irá evoluir para o preço real. A análise fundamentalista é mais recente que a análise técnica e tem uma origem acadêmica ao contrário da análise técnica [13]. Tipicamente, engloba uma análise subjetiva da economia para determinar tendências econômicas e projetar fluxos de caixa da empresa para então calcular o valor presente da companhia através da técnica de fluxo de caixa descontado. Uma vez calculado o valor da empresa, basta dividi-lo pelo número de ações para determinar o valor intrínseco da ação daquela companhia [9].

### 3. Trabalhos relacionados a Análise Autônoma de Ativos

Muitos trabalhos de pesquisa já foram realizados cujo foco era a criação de mecanismos para automatizar a análise de ativos. É interessante observar que análise fundamentalista raramente é utilizada em análise autônoma de ativos pela dificuldade em modelar os aspectos subjetivos que são feitos para balizar as projeções de fluxo de caixa e/ou outras técnicas de valoração de ativos.

Poder-se-ia adotar diferentes modos para classificar e agrupar os diferentes trabalhos encontrados na literatura sobre administração automatizada de ativos. Por exemplo, classificá-los de acordo com a principal técnica de inteligência artificial utilizada: **redes neurais** [17], **deep learning** [18], **aprendizado por reforço** [19, 20], **sistemas multiagentes** [21, 22, 14], **arquiteturas BDI** [23], **raciocínio baseado em casos** [24], **inteligência de enxame (SWARM)** [25], etc. Outra classificação possível seria a capacidade de trabalhar como **vários ativos** simultaneamente (multi-ativo) ou com apenas um ativo (mono-ativo). Conforme discutido na seção 2.2, a administração de vários ativos é mais complexa do que apenas replicar a administração de um ativo, pois é preciso explorar as complementaridades entre os vários ativos, especialmente em relação à minimização de risco. Deste modo, pode-se classificar os trabalhos em dois grupos: **multiativos** [21, 22, 26, 25] e **monoativo** [24, 27, 19, 17, 20, 23]. Pode-se perceber uma predominância do grupo mono-ativo. A razão deste fato, torna-se mais clara ao se agrupar os trabalhos em relação aos **objetivos do agente** (ou da sociedade multiagentes): maximização de retorno [21, 22, 26, 24, 27, 19, 17, 20, 23], minimização de risco (sem trabalhos conhecidos) ou uma solução de compromisso entre risco e retorno [25, 14].

Através da classificação quanto aos objetivos, é possível perceber uma maior preocupação em aumentar o retorno, do que em diminuir riscos. Isto é em parte explicável, porque eliminar risco significa simplesmente não investir em ativos

de risco, mas em títulos de renda fixa emitidos por países considerados altamente confiáveis (p.ex. os títulos do tesouro americano) e a estratégia de investimento limita-se a comprar e manter os títulos por todo o período de investimento.

Outra forma de classificar estes trabalhos seria quanto a abordagem para a determinação das ordens de compra e venda: análise técnica ou análise fundamentalista, conforme discutido na seção 2.6. Entretanto, a classificação não se mostraria útil, pois todos os trabalhos citados usam direta ou indiretamente abordagens baseadas em análise técnica. Tal preferência pela utilização da análise técnica é explicável devido a alguns características da análise fundamentalista: (i) esta exige conhecimentos aprofundados em finanças, ao contrário da análise técnica, (ii) é adequada para decisões de investimento de médio e longo prazo sendo pouco útil em operações de curto prazo, como operações de compra e venda em um mesmo dia, (iii) a modelagem de métodos baseados em análise fundamentalista é mais complexa e envolve avaliações subjetivas da empresa, do setor a qual pertence e do próprio ambiente macroeconômico.

Nesta seção, apresentou-se uma pequena introdução dos principais conceitos de teoria de finanças, em especial Teoria de arbitragem de preços, a teoria moderna de portfólio, os conceitos de fronteira eficiente e CAL destacando os aspectos relevantes a trabalhos que buscam automatizar em parte ou totalmente o trabalho de analisar ativos financeiros. Discutiu-se ainda as abordagens de precificação de ativos conhecidas como análise técnica e análise fundamentalista. Além disso, foram apontados vários trabalhos relacionados a grande área de análise autônoma de investimentos. Na próxima seção, apresentamos nossa abordagem de modelagem do problema de análise autônoma de ativos.

### 4. Modelando Análise Autônoma de Investimentos como um Problema de Classificação

O problema de realizar a análise pode ser simplificado para uma classificação através de discretização dos retornos. Conforme apontado na Teoria moderna de portfólio, tentar prever retornos tem a vantagem de ser adimensional e apresentar um domínio mais estreito (limitado inferiormente por -1 e superiormente pela impossibilidade de retorno infinito, mas frequentemente inferior a 1 dado horizontes não muito longos) do que a previsão direta de preços de ativos que podem variar de alguns décimos a até vários milhares de alguma unidade monetária. O preço corrente é sempre conhecido, logo dado o retorno, calcular o preço futuro é trivial. A discretização de retornos torna indistinguíveis, valores de retorno próximos, o que é compatível com as preferências gerais de um investidor. Se o analista indica um retorno de 85% e a realidade apresenta um valor de 84,9% ou 85,1%, o investidor provavelmente interpretará isso como um acerto na análise, não um pequeno erro. Além disso, pequenas variações no retorno previsto, dificilmente mudariam a decisão de investimento, sendo portanto



insignificantes para o desempenho do investimento. Por outro lado, a modelagem da análise autônoma como um problema de classificação permite o uso de várias técnicas já conhecidas e testadas de Aprendizado de Máquina, além de facilitar o entendimento do próprio problema. É interessante observar também que o grau de simplificação pode ser controlado, pois é sempre possível arbitrar o número de classes usadas na discretização. Desde o caso mais simples possível, com duas classes: retorno negativo e retorno positivo até elevados números de classes.

Além da discretização de retorno, uma simplificação considerável ao trabalho de análise autônoma é a discretização de horizonte de investimento. Entende-se que para diferentes horizontes as decisões de investimento podem ser diferentes, por isso admite-se que há um sistema para analisar cada um dos possíveis horizontes, que por simplicidade são restritos a três possíveis horizontes: um dia(D), uma semana(W) e um mês(M).

Outra característica fundamental para a modelagem é a especificação da **Memória do Analista**. Trata-se do período de tempo sobre o qual o analista consegue guardar as informações que julga relevantes para seu processo de decisão, sejam preços, volumes de negociação ou outras quaisquer. Quais informações são relevantes mudam de um analista para outro, porém qual o tempo máximo que informações passadas são lembradas é mantido o mesmo. Por exemplo, se o tempo corrente é  $t$  e o analista tem memória  $m$  e guarda dados de preços e volumes passados, isso significa que ele pode usar em seu processo de decisão os preços  $p_{t-m}, \dots, p_{t-1}, p_t$  e volumes  $v_{t-m}, \dots, v_{t-1}, v_t$ .

### 4.1 Abordagem de discretização

A discretização do retorno pode ser feita de várias formas. Nossa abordagem adota algumas premissas: uma classe que identifica pequenas alterações no preço corrente (classe neutra ou N), centrada no zero com pequeno intervalo e simetria em número de classes acima(H) ou abaixo(L) da classe neutra. As classes que indicam retorno positivo ( $H_1, H_2, \dots, H_n$ ) e as classes de retorno negativo ou baixo ( $L_n, \dots, L_2, L_1$ ) não precisam ter necessariamente a mesma dimensão, devido a possibilidade de diferença entre o domínio positivo e o domínio negativo que é limitado a -1, desde que considere-se apenas ativos com preço limitados a zero.

$$Classes = [ L_n, \dots, L_2, L_1, N, H_1, H_2, \dots, H_n ]$$

Assim, nossa abordagem pressupõe estabelecer limite mínimo(negativo) e máximos de retorno para um determinado horizonte de investimento e dividimos os intervalos entre as classes considerando a classe neutra dividida entre os dois intervalos. O intervalo das classes L seria dado por  $-\text{Min}/(3+1/2)$ , enquanto no caso das classes H seria dado por  $\text{Max}/(3+1/2)$ , no exemplo da figura 2, que conta com sete classes.



Figure 2. Exemplo de discretização com cinco classes.

Estabelecidas as classes, é fácil observar que certamente haverá erros percebidos como muito mais graves por um investidor que outros. Por exemplo, se o analista aponta para determinado ativo um retorno H2, quando o correto fosse H3. Isto seria um erro menos preocupante do que se o analista tivesse previsto L2, em outras palavras o custo do erro não é uniforme. É possível tratar isso com uma matriz de custo de erro [2], selecionado de modo a representar as preferências do investidor. A próxima seção trata dessa questão.

### 4.2 Custo de erros

Como citado anteriormente, um erro pode ter custo significativamente diferente de outro erro, no contexto de análise autônoma. Dessa forma, seria inadequado avaliar um analista através de simples taxa de acerto. Uma forma mais adequada seria avaliar por taxa de acerto ponderada pelo custo do erro. Como o objetivo de um analista não é obter retorno, mas acertar previsões, seu desempenho deve ser medido por taxa de acerto de suas previsões porém levando em consideração o custo do Erro. Para isso, usaremos uma matriz de custo de erro adequada as preferências ou perfil do investidor. Uma matriz de custo com erros uniformes para cinco classes teria a forma abaixo, sendo que as **colunas** representam as **classes reais** e as **linhas** as **classes preditas** pelo analista autônomo. A taxa de erro poderia ser calculada simplesmente pelo número de erros dividido pelo número total de classificações e a taxa de acerto seria o complementar.

MatrizdeCustoUniforme =

$$\begin{bmatrix} L2 & L1 & N & H1 & H2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & L2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & L1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & N \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & H1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & H2 \end{bmatrix}$$

Entretanto, quando o custo de erro não é necessariamente o mesmo, deve-se utilizar uma matriz de custo ajustada a gravidade do erro, tal como apresentado abaixo. Onde  $c_{1,2}$  é o custo atribuído ao erro do analista de prever classe L2 (1) quando o correto teria sido L1 (2). Isto é, o custo de prever classe  $i$  quando a classe real seria  $j$  é representado por  $c_{i,j}$ , um número positivo para qualquer  $i$  diferente de  $j$ .

MatrizdeCustoAjustada =

$$\begin{bmatrix} L2 & L1 & N & H1 & H2 \\ 0 & c_{1,2} & c_{1,3} & c_{1,4} & c_{1,5} & L2 \\ c_{2,1} & 0 & c_{2,3} & c_{2,4} & c_{2,5} & L1 \\ c_{3,1} & c_{3,2} & 0 & c_{3,4} & c_{3,5} & N \\ c_{4,1} & c_{4,2} & c_{4,3} & 0 & c_{4,5} & H1 \\ c_{5,1} & c_{5,2} & c_{5,3} & c_{5,4} & 0 & H2 \end{bmatrix}$$

Desta forma, é possível definir a distribuição de classificações (acertos e erros) de qualquer analista, como uma matriz  $N \times N$  ( $N$  é o número de classes) com a forma apresentada abaixo (considerando cinco classes). Nesta matriz de distribuição,  $d_{i,j}$  corresponde ao número de vezes que o classificador previu  $i$  e a classe real era  $j$ .

*DistribuicaoPorClasses =*

$$\begin{bmatrix} L2 & L1 & N & H1 & H2 \\ d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} & d_{1,4} & d_{1,5} & L2 \\ d_{2,1} & d_{2,2} & d_{2,3} & d_{2,4} & d_{2,5} & L1 \\ d_{3,1} & d_{3,2} & d_{3,3} & d_{3,4} & d_{3,5} & N \\ d_{4,1} & d_{4,2} & d_{4,3} & d_{4,4} & d_{4,5} & H1 \\ d_{5,1} & d_{5,2} & d_{5,3} & d_{5,4} & d_{5,5} & H2 \end{bmatrix}$$

Com a matriz de distribuição do classificador e a matriz de custo de erro ajustada, é possível determinar a expressão para o custo de erro médio da atuação deste classificador (eq. 15).

$$ErroMedioClassificador = \frac{1}{\tau} * \frac{\sum_i \sum_j c_{i,j} * d_{i,j}}{c_{max}} \quad (15)$$

Onde  $\tau$  corresponde ao número total de classificações realizadas,  $c_{max}$  representa o maior valor de  $c_{i,j}$  para qualquer  $i$  e  $j$ . Enquanto  $c_{i,j}$  e  $d_{i,j}$  correspondem aos elementos da matriz de custo ajustada e da matriz de distribuição por classes, respectivamente. De modo análogo, é possível definir uma taxa de acerto ajustada ao custo do erro, equação 16. É fácil perceber que tal taxa pertence ao intervalo  $[0,1]$ , sendo igual a um (1) quando o classificador não cometeu erro e igual a zero quando o classificador cometeu erro com custo pior possível em cada uma das classificações. Além disso, quanto maior o valor da taxa melhor o desempenho do classificador, levando em consideração o custo de seus erros.

$$TaxaAcertoAjustada = 1 - \frac{1}{\tau} * \frac{\sum_i \sum_j c_{i,j} * d_{i,j}}{c_{max}} \quad (16)$$

A equação 16 nos fornece um modo simples e objetivo de avaliar o desempenho de um analista autônomo e perceber qual o mais adaptado para uma determinada situação de mercado. Entretanto tal como observado na seção 1.2, a análise de investimentos é um problema não estacionário, o analista mais adaptado ou com melhor desempenho em determinado instante, pode tornar-se rapidamente inadequado. Da mesma

forma, outro agente com baixo desempenho pode tornar-se um dos melhores de modo difícil de se saber a priori. Uma forma de tratar esse desafio, seria manter vários analistas autônomos operando simultaneamente, mas selecionar a decisão de um deles (ou o agregado de um pequeno conjunto) como decisão final do sistema. Isso é precisamente o problema abordado em aprendizado on-line, a predição a partir do conselho de especialistas. A próxima seção trata do tema e sua adaptação ao problema AAI.

## 5. Aprendizado On-line: Prevendo a partir do conselho de especialistas

O problema de fazer previsões usando o conselho de vários especialistas pode ser melhor explicado com um exemplo simples e intuitivo. Um algoritmo de aprendizado deve prever se vai ou não chover nesse dia. O algoritmo recebe como entrada o conselho de  $n$  especialistas. Cada perito prevê sim ou não e, em seguida, o algoritmo de aprendizagem deve usar essa informação para fazer sua própria predição. Nenhuma outra informação é dada ao algoritmo além do sim / não produzido pelos especialistas. O algoritmo recebe a informação se choveu ou não, depois de fazer sua previsão. Supõe-se que não existe conhecimento prévio sobre a qualidade ou independência dos especialistas. Nesse caso, um objetivo razoável seria desempenhar quase tão bem quanto o melhor especialista até o momento. Entretanto, o melhor perito nos últimos dias  $n$  dias, não necessariamente terá o melhor desempenho nos próximos  $n$  dias. No contexto da análise autônoma, o problema é semelhante, embora mais complexo, pois as previsões não seriam binárias mas sobre um valor real (retorno) ou de muitos valores, se usarmos a discretização proposta na seção 4. No contexto de IA, esse tipo de situação é comumente chamado de aprendizado on-line (*on-line learning*).

Blum [4] propôs dois algoritmos para resolver o problema de aprendizado on-line. O primeiro, bastante simples e direto, estabelece pesos iguais para cada especialista inicialmente e reduz o peso de qualquer especialista que cometa um erro à metade. A saída escolhida é aquela com maior peso. Blum provou que os erros cometidos por este algoritmo nunca são mais de  $2,41 (m + \log n)$ , onde  $m$  é o número de erros cometidos pelo melhor especialista e  $n$  é o número de especialistas. O segundo algoritmo é uma versão melhorada do primeiro. Blum demonstrou que o número de erros deste segundo algoritmo (chamado Algoritmo de Maioria Ponderada Aleatorizada) é limitado a  $(m * \ln(1/\beta) + \ln(n)) / (1 - \beta)$ , Onde  $\beta$  é um parâmetro do algoritmo [4]. O Algoritmo de Maioria Ponderada Aleatorizada é apresentado na figura 3.

Ambos os métodos são baseados na suposição implícita de que o custo dos erros é sempre o mesmo. Em outras palavras, eles usam uma matriz de custo padrão, como mostrado na seção 4.2. No entanto, no contexto da análise autônoma, essa suposição não é aceitável, conforme discutido na seção 4.2. O algoritmo deveria levar em conta, que alguns erros são muito piores do que outros em AAI.

1. Inicialize os pesos  $w_1, w_2, \dots, w_n$  para 1
2. Dado um conjunto de predições  $x_1, \dots, x_n$  dos respectivos especialistas, retorne  $x_i$  com probabilidade  $w_i/W$ , onde  $W$  é a soma de todos os pesos
3. Receba a resposta correta  $L$  e penalize cada especialista errado multiplicando seu peso por  $\beta$ .
4. Volte ao passo 2.

**Figure 3.** Algoritmo de Maioria Ponderada Aleatória [4]

Por esta razão, propomos uma versão adaptada do algoritmo de maioria ponderada aleatória para lidar com matrizes de custo ajustado, que chamamos de **Algoritmo Ajustado ao Erro de Maioria Ponderada Aleatória**. Além disso, provamos que esse algoritmo teria um custo de erro (soma do custo de todos os erros cometidos) limitado a  $(m * \ln(1 / \beta_{min}) + \ln(n)) / (\beta_{min})$ , onde  $\beta_{min}$  é  $1 / (c_{max} + 1)$  e  $c_{max}$  referem-se ao maior elemento da matriz de custo ajustado. Para formalizar a versão adaptada do algoritmo, precisamos redefinir  $\beta$ , conforme apresentado na equação 17.

$$\beta_{i,j} = \frac{1}{c_{i,j} + 1} \tag{17}$$

$c_{i,j}$  refere-se ao custo de prever classe  $i$  quando a classe correta é  $j$ , tal como definido na matriz de custo ajustado. Como  $c_{i,j}$  é maior ou igual a zero,  $\beta_{i,j}$  está dentro do intervalo  $(0,1]$ . Usando a equação 17, precisamos ajustar a terceira linha de código na figura 3 para ter o algoritmo ajustado ao erro de maioria ponderada, explicitado na figura 4.

**Teorema 1.** Em qualquer sequência de ensaios, o custo esperado de erros  $M$  feito pelo Algoritmo Ajustado ao Erro de Maioria Ponderada Aleatória (AAEMPA) satisfaz o seguinte:

$$M \leq \frac{m * \ln(1/\beta_{min}) + \ln(n)}{\beta_{min}} \tag{18}$$

Onde  $M$  é definido como a soma dos custos de todos os erros cometidos pelo algoritmo, e  $m$  é a soma do custo de todos os erros do melhor perito até agora. A prova é semelhante à prova original do algoritmo de maioria ponderada aleatorizada [4] e é apresentada a seguir.

*Prova do Teorema 1.* Seja  $F_{i,j}$  a fração do peso total da resposta equivocada  $j$  no teste  $i^{th}$ . Seja  $\tau$  o número de exemplos. Definimos  $M$  como a soma esperada do custo de todos os erros cometidos até agora, ou seja,  $M = \sum_{x=1}^{\tau} \sum_{j=1}^E F_{x,j} * c_{x,j}$ , onde  $E$  é o número de classes.

Na  $i^{th}$  rodada, o peso total  $W$  muda por:

$$W \leftarrow W(1 - \sum_{j=1}^E (F_{i,j} - \beta_{i,j}F_{i,j})) \tag{19}$$

Assim, o peso final depois de  $\tau$  rodadas é:

$$W = n \prod_{i=1}^{\tau} (1 - \sum_{j=1}^E (F_{i,j} - \beta_{i,j}F_{i,j})) \tag{20}$$

Usando o fato de que o peso total deve ser maior ou igual ao peso do melhor especialista  $b$  e seja  $m$  o número de erros do melhor especialista, temos:

$$n \prod_{i=1}^{\tau} (1 - \sum_{j=1}^E (F_{i,j} - \beta_{i,j}F_{i,j})) \geq \prod_{i=1}^m \beta_{i,b} \tag{21}$$

Aplicando o log natural em ambos os lados, obtemos:

$$\ln(n) + \sum_{i=1}^{\tau} \ln(1 - \sum_{j=1}^E (F_{i,j} - \beta_{i,j}F_{i,j})) \geq \sum_{i=1}^m \ln(\beta_{i,b}) \tag{22}$$

$$-\ln(n) - \sum_{i=1}^{\tau} \ln(1 - \sum_{j=1}^E (F_{i,j} - \beta_{i,j}F_{i,j})) \leq \sum_{i=1}^m \ln(\frac{1}{\beta_{i,b}}) \tag{23}$$

Como  $-\ln(1-x) \leq x$  para todo  $x$ , então podemos escrever:

$$-\ln(n) + \sum_{i=1}^{\tau} \sum_{j=1}^E (F_{i,j}(1 - \beta_{i,j})) \leq \sum_{i=1}^m \ln(\frac{1}{\beta_{i,b}}) \tag{24}$$

Como  $M = \sum_{x=1}^{\tau} \sum_{j=1}^E F_{x,j} * c_{x,j}$  e  $\beta(i,j) = \frac{1}{c_{i,j} + 1}$ , então  $(1 - \beta_{i,j}) = c_{i,j} / (1 + c_{i,j})$ , se substituímos na última equação temos:

$$-\ln(n) + \sum_{i=1}^{\tau} \sum_{j=1}^E (\frac{F_{i,j} * c_{i,j}}{(1 + c_{i,j})}) \leq \sum_{i=1}^m \ln(\frac{1}{\beta_{i,b}}) \tag{25}$$

Usando a definição de  $M$  e seja  $c_{max}$  o maior de todos  $c_{i,j}$  para qualquer  $i$  e  $j$ , então:

$$-\ln(n) + \frac{M}{c_{max} + 1} \leq m * \ln(c_{max} + 1) \tag{26}$$

Isolando  $M$  e como  $\beta_{min} = 1 / (c_{max} + 1)$  podemos concluir que:

$$M \leq \frac{\ln(n) + m * \ln(1/\beta_{min})}{\beta_{min}} \tag{27}$$

O que conclui a demonstração do Teorema 1.

1. Inicialize os pesos  $w_1, w_2, \dots, w_n$  para 1
2. Dado um conjunto de predições  $x_1, \dots, x_n$  dos respectivos especialistas, retorne  $x_j$  com probabilidade  $w_j/W$ , onde  $W$  é a soma de todos os pesos
3. Receba a resposta correta  $i$  e penalize cada especialista errado multiplicando seu peso por  $\beta_{i,j}$ .
4. Volte ao passo 2.

**Figure 4.** Algoritmo Ajustado ao Erro de Maioria Ponderada Aleatória (AAEMPA)

### 5.1 Algoritmo ajustado ao erro de maioria ponderada aleatória com autoexclusão

O uso dos conselhos de vários especialistas pode contribuir significativamente para tornar um sistema autônomo de investimentos mais adaptável a diversas situações, enquanto mantém os especialistas relativamente simples, como aqueles utilizados em análise técnica (seção 2.6.1). Uma característica de algumas dessas técnicas é que elas apontam momentos de compra ou venda, quando ocorrem certos padrões no comportamento do mercado. Na ausência da ocorrência desses padrões, elas simplesmente indicam a manutenção do preço atual, porém essa indicação não é de fato um fator que deveria tornar mais provável o cenário de manutenção do preço, mas simplesmente o fato do especialista não ter convicção sobre o que vai acontecer. O indicador estocástico é um exemplo deste tipo de comportamento. Conforme descrito na seção 2.6.1, quando o indicador é menor que 20 e um sinal de venda quando é maior que 80. Em valores entre 20 e 80, há uma significativa incerteza sobre qual o caminho a seguir por parte do indicador, nesses casos sua indicação deve ser tomada com reservas ou simplesmente desconsiderada.

Desta forma, seria interessante ter especialistas que sempre indicassem uma previsão, mas informassem também o grau de confiança na mesma. Assim, seria possível melhorar o desempenho do algoritmo AAEMPA excluindo a opinião dos especialistas com baixa confiança em sua própria análise da seleção de maioria ponderada. Desta forma, o algoritmo AAEMPA com autoexclusão (AAEMPA2) é apresentado na figura 5.

Neste caso, o custos dos erros do algoritmo seria alterado para  $M' = \sum_{x=1}^{\tau} \sum_{j=1}^E F'_{x,j} * c_{x,j}$ , onde  $F'_{x,j}$  é a fração do peso com resposta errada  $j$  no teste  $x$ , considerando apenas os especialistas não excluídos. Observe que a atualização dos pesos não é alterado, apenas filtra-se alguns especialistas, mas a atualização de pesos é feita para todos. Seja  $R_x$  e  $R'_x$  a fração do peso com resposta correta no teste  $x$  com algoritmo AAEMPA e AAEMPA2, respectivamente. É fácil ver que o somatório dos pesos dos especialistas selecionados será menor ou igual que o somatório dos pesos de todos os especialistas assim, podemos escrever:

$$R'_x + \sum_{j=1}^E F'_{x,j} \leq R_x + \sum_{j=1}^E F_{x,j} \quad (28)$$

Considerando que os especialistas confiantes acertam mais

ou igual aos especialistas excluídos, isto é  $R_x \leq R'_x$ , então:

$$R'_x + \sum_{j=1}^E F'_{x,j} \leq R'_x + \sum_{j=1}^E F_{x,j} \quad (29)$$

Logo:

$$\sum_{j=1}^E F'_{x,j} \leq \sum_{j=1}^E F_{x,j} \quad (30)$$

Multiplicando dos dois lados por  $c_{x,j}$  e somando para todos os testes. Temos:

$$M' \sum_{x=1}^{\tau} \sum_{j=1}^E F'_{x,j} * c_{x,j} \leq \sum_{x=1}^{\tau} \sum_{j=1}^E F_{x,j} * c_{x,j} = M \quad (31)$$

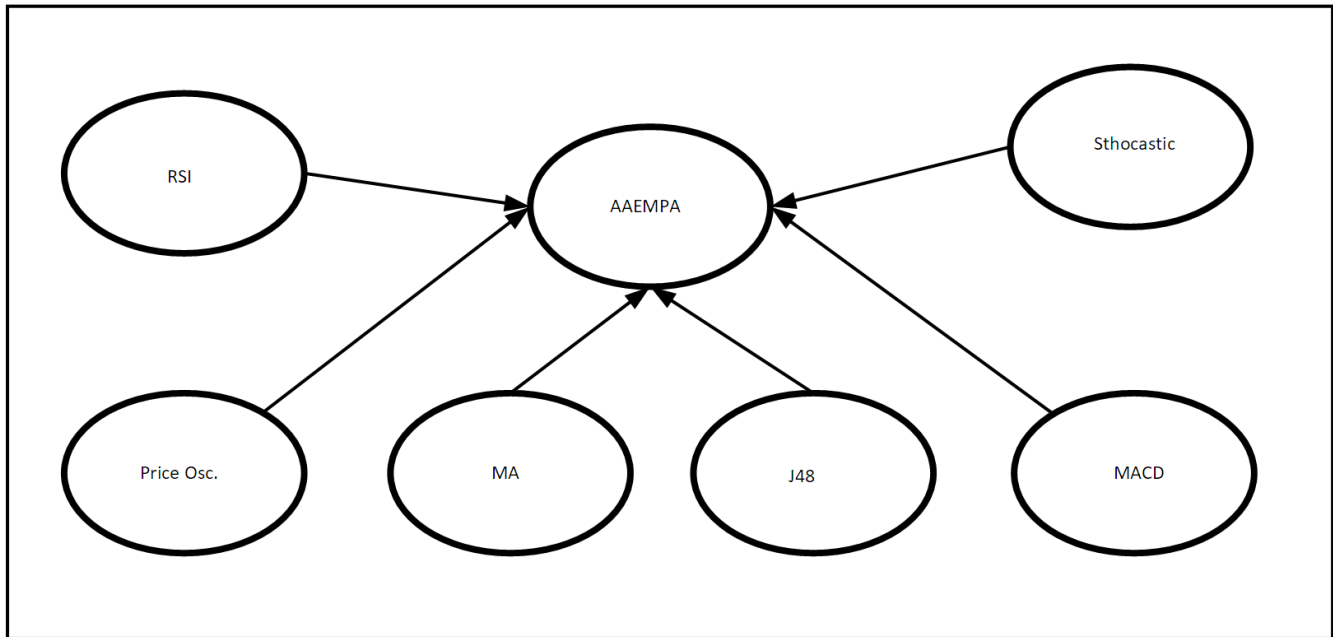
Assim desde que seja válida a hipótese que os especialistas confiantes acertem mais que os especialistas excluídos, o AAEMPA2 deve ter um desempenho melhor que sua versão anterior. Caso isto seja invertido, isto é a confiança dos agentes especialistas seja inversamente proporcional a seu desempenho futuro, o desempenho do AAEMPA2 provavelmente será pior que o original. Por simplicidade e por termos resposta a essa questão, nossa implementação lida apenas com a versão original AAEMPA.

## 6. Implementação

Uma das vantagens de modelar a análise autônoma de ativos como um problema de classificação é a possibilidade de utilizar os muitos algoritmos e ferramentas já disponíveis para tratar com essa classe de problema. Entre essas ferramentas, escolhemos o framework Weka [28] para realizar nossa implementação. Nós utilizamos cinco agentes baseados em análise técnica: Stochastic, RSI, MACD, MA e Price Oscillator (ver seção 2.6.1) e um classificador disponível no Weka, nomeado de J48, adaptado para ser usado como um analista autônomo. Essa reutilização de classificadores é um exemplo das vantagens de modelar a AAI como um problema de classificação. No caso do Weka, essa utilização é possível pois criamos uma classe derivada da classe *AbstractClassifier* que implementa os métodos *buildClassifier* e *classifyInstance*. A figura 6 apresenta os sete agentes de análise de investimento utilizados em nossa implementação. As setas representam o envio da análise feita por cada agente. Observe que todos os agentes enviam suas análises para o investidor, que realizaria as operações de investimento e desinvestimento de acordo com tais análises. Foge ao escopo deste trabalho, tratar da efetiva realização de ordens de compra e venda.

1. Inicialize os pesos  $w_1, w_2, \dots, w_n$  para 1
2. Dado o conjunto de previsões  $x_1, \dots, x_n$  dos respectivos especialistas, se houver pelo menos duas previsões onde os respectivos especialistas tem grau de autoconfiança maior ou igual a  $\delta$  elimine do conjunto S as previsões com autoconfiança menor que  $\delta$
3. Dado o conjunto S de previsões selecionadas, retorne  $x_j$  com probabilidade  $w_j/W$ , onde W é a soma de todos os pesos dos especialistas selecionados
4. Receba a resposta correta i e penalize cada especialista errado multiplicando seu peso por  $\beta_{i,j}$ .
5. Volte ao passo 3.

**Figure 5.** Algoritmo Ajustado ao Erro de Maioria Ponderada Aleatória (AAEMPA) com autoexclusão



**Figure 6.** Agentes utilizados na implementação nomeados segundo suas técnicas de análise

## 7. Resultados

Nesta seção, apresentamos os dados de desempenho obtidos pelos analistas autônomos implementados incluindo o Algoritmo Ajustado ao Erro de Maioria Ponderada Aleatória (AAEMPA). O desempenho é medido com base na taxa de acerto ajustada ao custo de erro (equação 16). As simulações foram obtidas utilizando dados técnicos de 2012 a 2016 das dezoito ações mais negociadas da bolsa de valores brasileira (BOVESPA, recentemente renomeada como B3). Na tabela 1, estão listados os ativos selecionados e as companhias emissoras. A discretização foi feita com sete classes alvo (L3, L2, L1, N, H1, H2, H3). Os dados para treinamento são gerados a partir das séries temporais de preço (abertura, fechamento, máximo, mínimo e média) e volume com memória do analista pré-definida (veja seção 4) e armazenados em formato arff. Nos experimentos aqui apresentados, usamos memória igual a 40 dias.

Na tabela 2, são apresentados as taxas de acerto ajustadas obtidas por cada analista autônomo no período avaliado (2012-2016) para horizontes de 1 dia (D), 1 semana (S) e 1 mês (M) com respectivas médias e desvios padrões por ativo e por técnica. Os agentes analistas utilizam um técnica cada

entre as já citadas: J48, MA, MACD, PRIOSC, RSI, Sthocastic (Stho). É apresentada também na tabela 2 o desempenho do agente que utiliza como entrada as análises de todos os demais agentes, conforme descrito na seção 6 através do Algoritmo Ajustado ao Erro de Maioria Ponderada Aleatória (AAEMPA).

Se tomarmos como referência um analista aleatório e que portanto com taxa de acerto igual a 1/7 (aproximadamente 14,2%), observa-se que o desempenho dos analistas foi melhor, porém há ainda muito espaço para melhorias. Analisando as tabelas pode-se observar que há pequena variação por horizonte, mas desvio maior para horizontes maiores. Observa-se uma variação significativa de desempenho entre os analistas, destacam-se os desempenhos do MACD e AAEMPA, mas há ainda bastante espaço para melhoramentos pois as melhores taxas ficam apenas em torno de 60%. Observa-se ainda que o AAEMPA em horizontes maiores segue de perto as indicações do melhor analista (MACD) tendo um comportamento bastante parecido. Isto é compatível com a própria idéia do AAEMPA. Provavelmente, se fossem utilizados outros analistas com melhores desempenhos, o próprio desempenho do AAEMPA iria também elevar-se.

**Table 1.** Ações selecionadas para experimentos entre as mais negociadas na bolsa de valores brasileira.

#	ID	NOME	#	ID	NOME
1	BBAS3	BANCO DO BRASIL	10	ITSA4	ITAUSA
2	BBDC4	BANCO BRADESCO	11	ITUB4	ITAUUNIBANCO
3	BVMF3	BMFBOVESPA (B3)	12	JBSS3	JBS
4	CIEL3	CIELO	13	PETR3	PETROBRAS
5	CMIG4	CEMIG	14	PETR4	PETROBRAS
6	CSNA3	SID NACIONAL	15	SUZB5	SUZANO PAPEL
7	GGBR4	GERDAU	16	USIM5	USIMINAS
8	GOAU4	GERDAU MET	17	VALE3	VALE
9	HYPE3	HYPEMARCAS	18	VALE5	VALE

## 8. Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho, discutimos a viabilidade de realizar precificação de investimentos e ativos de forma automatizada, campo que chamamos aqui de análise autônoma de investimentos (AAI). Apresentamos uma introdução a análise autônoma de investimentos com breve revisão de trabalhos relevantes diretamente relacionados e uma introdução a teoria de finanças que pode ser útil para pesquisadores da grande área de Inteligência Artificial que iniciam projetos de agentes autônomos para análise de ativos financeiros. São destacados os aspectos que tornam o problema, especialmente complexo para agentes autônomos: ambiente estocástico, multigente parcialmente cooperativo, parcialmente observável e o fato do ambiente ser não estacionário.

Propomos uma abordagem para análise autônoma de ativos baseada na discretização de tempo e retorno. Desta forma, AAI pode ser tratado como um problema de classificação, porém é importante observar que os custos podem ser significativamente diferentes entre erros distintos. Além disso, observamos que a não estacionaridade pode fazer com que alguns agentes possam ter bom desempenho em determinado período e depois serem suplantados por outros agentes. Este fato é similar ao enfrentado no contexto de aprendizado on-line, todavia os algoritmos conhecidos para lidar com aprendizado on-line não tratam de situações de custo não uniforme [4]. Nós elaboramos uma versão adaptada do algoritmo proposto por Blum, para trabalhar com custos não uniformes e demonstramos um limite de custo de erro para o novo algoritmo (seção 5). Isso constitui uma das principais contribuições deste trabalho. Outra contribuição é a abordagem de discretização, bem como sua implementação e testes utilizando o framework Weka [28]. Os resultados obtidos apontam uma variação significativa de desempenho entre os analistas, destacam-se os desempenhos do MACD e AAEMPA, mas há ainda bastante espaço para melhoramentos pois as melhoras taxas ficam apenas em torno de 60%. A variação de desempenho por ativo é relativamente pequena. Acreditamos que uma forma de tentar melhorar o desempenho do sistema é a introdução de novas técnicas de análise, especialmente algoritmos baseados em análise fundamentalista.

Isto provavelmente faria melhorar o desempenho do algoritmo ajustado ao erro de maioria aleatória (AAEMPA), proposto neste trabalho, pois conforme observado na seção 7, este algoritmo tende a seguir o desempenho dos melhores, o que foi confirmado pelos resultados obtidos. No entanto, está claro que existe um longo caminho para alcançar um analista de investimentos autônomo eficiente. É necessária uma melhor compreensão de como configurar os vários parâmetros nesta arquitetura multiagentes. De fato, como observado por LeBaron, uma crítica comum sobre os mercados baseados em agentes é que eles costumam ter muitos parâmetros e o impacto desses parâmetros não é bem entendido ([29], pp.1222). Também acreditamos que uma evolução significativa seria uma modelagem formal das expectativas, que são extremamente importantes no raciocínio financeiro.

## Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP). Projeto 13/50913-2

## Contribuição dos Autores

O artigo é fruto de um projeto de pesquisa da FAPESP 13/50913-2 no qual participam todos os autores como pesquisadores. Paulo André L. Castro é responsável pelo aspecto de aprendizado online e junto com Jaime Sichman desenvolveu uma arquitetura multiagente para realizar a análise utilizando simultaneamente diversas técnicas de análise de investimento. Annoni contribuiu com a implementação do sistema, revisão e elaboração do texto, bem como com a execução e análise dos experimentos simulados realizados.

## Referências

- [1] TURING, A. M. Computing machinery and intelligence. *Mind*, v. 59, n. October, p. 433–60, 1950.
- [2] RUSSELL, S.; NORVIG, P. *Artificial Intelligence A Modern Approach*. 3. ed. Englewood Cliffs - NJ: Prentice Hall, 2013. v. 1.

**Table 2.** Taxa de acerto ajustada (%) para horizontes de 1 dia (D), 1 semana (S) e 1 mês(M) com respectivas médias e desvios padrões

Ativo	J48			MA			MACD			PRIOSC			RSI			Stochastic			AAEMPA			Média.	Desv. Pad.
	D	S	M	D	S	M	D	S	M	D	S	M	D	S	M	D	S	M	D	S	M		
BBAS3	0,484	0,531	0,443	0,489	0,402	0,354	0,484	0,554	0,532	0,467	0,552	0,524	0,459	0,403	0,522	0,474	0,458	0,414	0,497	0,420	0,568	0,478	0,058
BBDC4	0,477	0,622	0,499	0,431	0,383	0,326	0,548	0,654	0,586	0,544	0,632	0,578	0,378	0,339	0,429	0,416	0,411	0,330	0,393	0,352	0,447	0,465	0,106
BVMF3	0,533	0,470	0,410	0,342	0,370	0,282	0,559	0,647	0,566	0,566	0,637	0,548	0,365	0,326	0,369	0,396	0,442	0,348	0,414	0,343	0,438	0,446	0,108
CIEL3	0,462	0,752	0,659	0,304	0,361	0,290	0,579	0,771	0,677	0,578	0,756	0,668	0,343	0,306	0,293	0,445	0,516	0,442	0,351	0,314	0,295	0,484	0,174
CMIG4	0,367	0,506	0,440	0,406	0,384	0,313	0,441	0,635	0,557	0,434	0,624	0,546	0,459	0,422	0,463	0,408	0,406	0,349	0,477	0,434	0,499	0,456	0,083
CSNA3	0,415	0,473	0,451	0,443	0,467	0,326	0,427	0,515	0,474	0,430	0,498	0,481	0,498	0,456	0,508	0,450	0,514	0,360	0,489	0,473	0,566	0,463	0,053
GGAR4	0,394	0,465	0,458	0,451	0,409	0,460	0,441	0,498	0,404	0,425	0,489	0,408	0,514	0,491	0,688	0,507	0,537	0,432	0,525	0,487	0,681	0,484	0,079
GOAU4	0,278	0,343	0,456	0,461	0,469	0,551	0,413	0,469	0,450	0,403	0,474	0,454	0,509	0,493	0,716	0,490	0,502	0,469	0,413	0,525	0,756	0,481	0,105
HYPE3	0,492	0,467	0,393	0,365	0,408	0,378	0,590	0,715	0,688	0,581	0,707	0,670	0,372	0,304	0,297	0,446	0,522	0,496	0,391	0,314	0,336	0,473	0,138
ITSA4	0,492	0,597	0,658	0,398	0,356	0,354	0,578	0,696	0,621	0,556	0,677	0,600	0,380	0,352	0,393	0,426	0,483	0,358	0,383	0,354	0,397	0,481	0,123
ITUB4	0,463	0,604	0,643	0,428	0,346	0,347	0,614	0,642	0,642	0,609	0,639	0,637	0,415	0,328	0,423	0,419	0,355	0,346	0,421	0,344	0,440	0,481	0,124
JBSS3	0,416	0,470	0,501	0,367	0,332	0,257	0,531	0,675	0,474	0,528	0,660	0,470	0,410	0,367	0,404	0,427	0,430	0,329	0,417	0,369	0,404	0,440	0,101
PETR3	0,411	0,565	0,610	0,475	0,492	0,470	0,482	0,610	0,567	0,470	0,586	0,549	0,436	0,376	0,509	0,464	0,427	0,480	0,448	0,395	0,519	0,492	0,068
PETRA	0,470	0,495	0,513	0,488	0,487	0,464	0,457	0,569	0,501	0,447	0,554	0,500	0,475	0,429	0,614	0,474	0,495	0,577	0,477	0,429	0,614	0,501	0,054
SUZB5	0,417	0,584	0,494	0,457	0,404	0,332	0,498	0,634	0,592	0,489	0,633	0,593	0,424	0,346	0,397	0,400	0,372	0,282	0,432	0,346	0,397	0,454	0,103
USIM5	0,351	0,420	0,648	0,478	0,517	0,444	0,375	0,479	0,481	0,354	0,470	0,488	0,480	0,448	0,589	0,385	0,510	0,428	0,462	0,485	0,686	0,474	0,087
VALE3	0,351	0,536	0,467	0,438	0,413	0,362	0,448	0,559	0,562	0,439	0,547	0,566	0,476	0,468	0,634	0,450	0,477	0,355	0,452	0,468	0,634	0,481	0,081
VALE5	0,370	0,449	0,468	0,490	0,452	0,435	0,461	0,526	0,514	0,458	0,507	0,518	0,471	0,477	0,668	0,474	0,463	0,474	0,469	0,510	0,688	0,492	0,070
Média	0,424	0,519	0,512	0,428	0,414	0,375	0,496	0,603	0,549	0,488	0,591	0,544	0,437	0,396	0,495	0,442	0,462	0,404	0,440	0,409	0,520	0,474	0,065
Desv.Pad.	0,066	0,092	0,090	0,054	0,055	0,079	0,070	0,086	0,078	0,072	0,085	0,073	0,053	0,066	0,132	0,034	0,053	0,076	0,046	0,070	0,135	0,074	0,025

[3] FAMA, E. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, v. 25, p. 383–417, 1970.

[4] BLUM, A. On-line algorithms in machine learning. *In Online Algorithms: The State of the Art*, edited by A. Fiat and G. Woeginger, v. 1442, n. 1, p. 306–325, 1998.

[5] LUO, K. L. Y.; DAVIS, D. N. The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, v. 13, n. 1, p. 341–360, 1976.

[6] DAMODARAN, A. *Applied Corporate Finance*. 4. ed. New York, NY: Wiley, 2010. v. 1.

[7] MARKOWITZ, H. M. Portfolio selection. *Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.

[8] DOUGHERTY, E. R. *Probability and Statistics for the engineering, computing, and physical sciences*. 1. ed. Englewood Cliffs, New Jersey, 07632: Prentice Hall International, Inc., 1990. v. 1.

[9] HORNE, J. C. V. *Financial Management and Policy*. 12. ed. Englewood Cliffs, New Jersey, 07632: Prentice Hall, 1995. v. 1.

[10] CAMARGOS, M. A. de; BARBOSA, F. V. Teoria e evidência da eficiencia informacional do mercado de capitais brasileiro. *Caderno de Pesquisas em Administração*, v. 10, n. 1, p. 41–55, 2003.

[11] MALKIEL, B. G. *A Random Walk Down Wall Street*. 9. ed. New York: W.W. Norton and Company, 1975. v. 1.

[12] LYNCH, P. *Beating the Street*. 1. ed. New York: Simon and Schuster, 1994. v. 1.

[13] PINHEIRO, J. L. *Mercado de Capitais: fundamentos e técnicas*. 7. ed. São Paulo - Brasil: Atlas, 2001. v. 1.

[14] CASTRO, P. A. L.; SICHMAN, J. S. Automated asset management based on partially cooperative agents for a world of risks. *Applied Intelligence*, v. 38, n. 1, p. 210–225, 2013.

[15] KATZ, J.; MCCORMICK, D. *The Encyclopedia of trading strategies*. 1. ed. New York: McGraw-Hill, 2000. v. 1.

[16] APPEL, G. *Technical Analysis: Power Tools for Active Investors*. 1. ed. New York: Financial Times Prentice Hall, 2005. v. 1.

[17] KENDALL, G.; SU, Y. Co-evolution of successful trading strategies in a simulated stock market. *proceedings of The 2003 International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA'03)*, v. 1, p. 1–7, 2003.

[18] LANGKVIST, M.; KARLSSON, L.; LOUTFI, A. A review of unsupervised feature learning and deep learning for time-series modeling. *Pattern Recognition Letters*, v. 42, p. 11 – 24, 2014.

[19] SHERSTOV, A. A.; STONE, P. Three automated stock-trading agents: A comparative study. In: FARATIN, P.; RODRÍGUEZ-AGUILAR, J. A. (Ed.). *Proceedings of the Agent Mediated Electronic Commerce (AMEC) Workshop*

- AAMAS 2004. New York: Springer, 2004. (Lecture Notes in Artificial Intelligence, v. 3435).
- [20] NEVMYVAKA, Y.; FENG, Y.; KEARNS, M. Reinforcement learning for optimized trade execution. In: COHEN, W.; MOORE, A. (Ed.). *Proceedings of the 23rd International Conference on Machine Learning- ICML 2006*. Pittsburgh, Pennsylvania: ACM press, 2006. v. 1.
- [21] DECKER, K. et al. Designing behaviors for information agents. In: JOHNSON, W. L.; HAYES-ROTH, B. (Ed.). *Proceedings of the First International Conference on Autonomous Agents (Agents'97)*. New York: ACM Press, 1997. v. 1.
- [22] LUO, K. L. Y.; DAVIS, D. N. A multi-agent decision support system for stock trading. *IEEE Network*, v. 16, n. 1, p. 20–27, 2002.
- [23] X., F.; C., J. Agent-Based stock trading. In: DEBNATH, N. (Ed.). *Proceedings of the ISCA CATA-2003*. Honolulu, USA: ISCA, 2003. v. 1.
- [24] KEARNS, M.; ORTIZ, L. The penn-lehman automated trading project. *IEEE Intelligent System*, v. 18, n. 6, p. 22–31, 2003.
- [25] KENDALL, G.; SU, Y. A particle swarm optimisation approach in the construction of optimal risky portfolios. In: HAMZA, M. H. (Ed.). *proceedings of the 23rd IASTED International Multi-Conference Artificial Intelligence and Applications*. Innsbruck, Austria: ACTA press, 2005. v. 8.
- [26] LUO, Y.; LIU, K. A multi-agent system for stock trading. *IEEE Network*, IEEE press, New York, USA, v. 16, n. 1, p. 20–27, 2002.
- [27] FENG, Y. et al. Two stock-trading agents: Market making and technical analysis. In: FARATIN, P. et al. (Ed.). *Agent-Mediated Electronic Commerce V. 1*. ed. Berlin, Germany: Springer, 2003, (Lecture Notes in Artificial Intelligence, 1). cap. 2.
- [28] FRANK, M. A. H. E.; WITTEN, I. H. *Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques*. 4. ed. New York: Morgan Kaufmann, 2016. v. 1.
- [29] LEBARON, B. Agent-based computational finance. In: SCHMEDDERS, K.; JUDD, K. L. (Ed.). *Agent-based Computational Economics*. Amsterdam, The Netherlands: North-Holland, 2006, (Handbook of Computational Economics, v. 2). p. 1187–1233.